

Die ÖSS-Prüfung Die Universitätsaufnahmsprüfung in der Türkei

Alle, die einen höheren als den Lise-Abschluss, der nach 12 Schuljahren erreicht werden kann, anstreben, müssen an dieser Prüfung teilnehmen. Die Prüfung besteht seit 2006 wieder aus zwei Teilen. Der erste Teil ist in vier Gebiete zu je 30 Fragen eingeteilt. Diese Fragen sind für alle zu beantworten. Für die meisten Studienrichtungen müssen aber auch vom zweiten Teil, der ebenfalls in vier Gebiete zu je 30 Fragen eingeteilt ist, die Fragen zweier Gebiete - abhängig von der gewünschten Studienrichtung - beantwortet werden.

Für die meisten unserer Schüler am St.Georgs-Kolleg sind das

Mathematik und Naturwissenschaften (FEN-MAT)

oder

Mathematik und Literatur und Sozialkunde. (TÜR-MAT)

Der Kandidat hat somit in der Prüfungszeit (3 Stunden und 15 Minuten) insgesamt 180 Fragen zu beantworten. Da auch noch das Lösungsblatt sauber ausgefüllt werden muss, bleibt ihm zur Beantwortung einer Frage ungefähr **eine Minute** Zeit.

Als Mathematiker darf ich mich auf das für unsere Schüler so wichtige Prüfungsteilgebiet der Mathematik beschränken. Immerhin ist ein Drittel aller Fragen aus diesem Gebiet zu beantworten. Durch die stärkere Gewichtung der Mathematikfragen beträgt ihr Anteil am Prüfungsergebnis sogar 45 Prozent bzw. 40 Prozent, je nach angestrebter Studienrichtung.

ÖSS-Prüfung 2007

Mathematik 1

1. Was ist das Ergebnis von $3^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{27}$?

- a) 3 b) 9 c) $\sqrt{3}$ d) $3\sqrt{3}$ e) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

2. Was ist das Ergebnis von $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6}$?

- a) $\frac{5}{8}$ b) $\frac{3}{8}$ c) $\frac{1}{8}$ d) $\frac{3}{4}$ e) $\frac{1}{4}$

3. Was ist das Ergebnis von $\frac{\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)}{\left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{4}\right)}$

- a) $\frac{1}{7}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{3}{4}$ e) $\frac{2}{3}$

4. Was ist die Dezimaldarstellung des Bruchs $\frac{1}{20}$?

- a) 0,01 b) 0,02 c) 0,05 d) 0,2 e) 1,2

5. Was ist das Ergebnis von $\frac{(-1)^2 + 5 - 2^2}{35 - 21}$?

- a) $\frac{-3}{14}$ b) $\frac{-1}{14}$ c) $\frac{5}{14}$ d) $\frac{1}{7}$ e) $\frac{4}{7}$

6. Was ist \sqrt{a} , wenn $a = 0,\bar{2} = 0,22222222\dots 2 \dots\dots$?

- a) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ d) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ e) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

7. Was ist das Ergebnis von $(\sqrt{2} - \sqrt{5})^2 + 2\sqrt{10} + 3$?

- a) $\sqrt{10}$ b) $2\sqrt{5}$ c) $5\sqrt{2}$ d) 10 e) 13

8. Eine Zahl, die in der Form $2^{2^n} + 1$ geschrieben werden kann, wobei n eine natürliche Zahl ist, heißt Fermat'sche Primzahl. Welche der folgenden Zahlen ist eine Fermat'sche Primzahl?

- a) 7 b) 11 c) 13 d) 17 e) 23

9. Welche der darunter stehenden Gleichungen hat dieselbe Lösungsmenge wie

$$(x-2)(x+2)(x+5) = (x-1)(x+1)(x+4) ?$$

- a) $x^3 + 5x^2 + 4x = 0$ b) $x^2 - 3x - 16 = 0$ c) $x^2 - 4x + 24 = 0$
d) $3x + 16 = 0$ e) $5x - 4 = 0$

10. Was ist das Ergebnis von $\frac{3^{2x} - 2 \cdot 3^{x+y} + 3^{2y}}{3^{2x} - 3^{x+y}}$?

- a) $3^x - 3^y$ b) $3^x + 3^y$ c) $1 + 3^{y-x}$
d) $1 - 3^{x+y}$ e) $1 - 3^{y-x}$

19. Ein Kunde kauft ein T-Shirt und gibt dem Kassier einen Geldbetrag. Der Kassier vertauscht beim Preis den Cent-Betrag mit dem Euro-Betrag (z.B.: An Stelle von 16,05 € tippt er 5,16 € in die Kassa) und gibt an Stelle von 4,80 € dem Kunden 19,65 € heraus.
Wie viel hat der Kunde dem Kassier gegeben, wenn die Summe aus dem richtigen und dem Preis, den die Kasse anzeigt, 55,55 € beträgt?

- a) 60 b) 55 c) 50 d) 45 e) 40

20. Aus Mandeln, Sonnenblumenkernen, Haselnüssen und Erdnüssen wird laut folgender Tabelle eine Packung „Studentenfutter“ gemischt. Wie viel Prozent Mandeln gibt es in der Mischung?

	Gewicht in Gramm	Prozentanteil
Mandeln		
Sonnenblumenkerne	500	40
Haselnüsse	300	
Erdnüsse	250	

- a) 12 b) 15 c) 16 d) 18 e) 24

21. In einer Schreibtischlade mit vier Fächern liegt im Fach 1 gleich viel Geld wie im Fach 2 und im Fach 3 gleich viel Geld wie im Fach 4. Nun wird in die Fächer 1 und 3 jeweils a € und in die Fächer 2 und 4 jeweils b € gelegt. Dadurch erhält man folgenden Zustand:

1: 8 €	2: 15 €
3: 5 €	4: ? €

Wie viele Euro liegen im Fach 4?

- a) 7 b) 10 c) 12 d) 13 e) 14

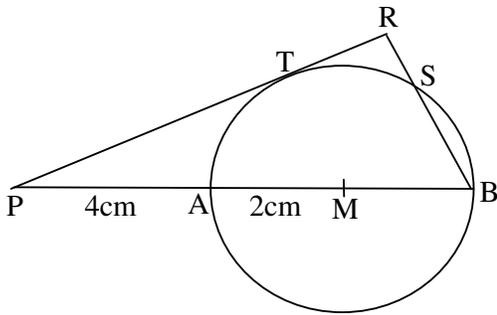
22. Ein Händler kauft zum Stückpreis von 45 € eine ungerade Anzahl von Hemden und bezahlt einen vierstelligen Eurobetrag. Als er die Rechnung verbuchen möchte, kann er leider die erste und die letzte Ziffer nicht mehr lesen. Lesbar sind nur noch die mittleren Ziffern # 9 2 # .
Was ist die Summe der fehlenden Ziffern?

- a) 6 b) 7 c) 8 d) 9 e) 10

23. Gegeben sind die Mengen $A = \{-2, -1, 0, 1\}$ und $B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, aus dem kartesischen Produkt $A \times B$ zufällig ein Element der Form (a, a) auszuwählen?

- a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{8}$ d) $\frac{1}{12}$ e) $\frac{5}{24}$

24.



Die Gerade (PR) berührt den Kreis mit dem Mittelpunkt M im Punkt T.
 $(PR) \perp (RB)$
 $|PA| = 4\text{cm}$
 $|AM| = 2\text{cm}$
 $|TR| = x\text{ cm}$
 Wie groß ist x?

a) $\frac{4}{3}\sqrt{2}$

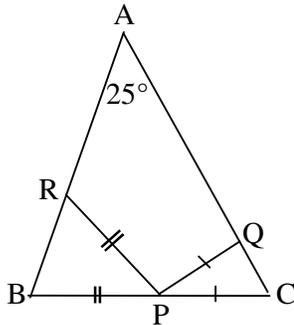
b) $\frac{5}{4}\sqrt{2}$

c) $\frac{3}{2}\sqrt{3}$

d) $\frac{5}{3}\sqrt{3}$

e) $\frac{2}{3}\sqrt{5}$

25.



ABC ist ein Dreieck mit $|BP| = |PR|$ und $|CP| = |PQ|$.
 $m(\text{BAC}) = 25^\circ$
 $m(\text{RPQ}) = x^\circ$
 Wie groß ist x?

a) 150

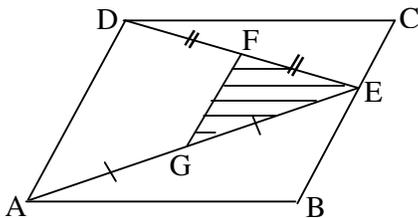
b) 135

c) 130

d) 120

e) 108

26.



ABCD ist ein Parallelogramm.
 $|AG| = |GE|$ und $|EF| = |FD|$.
 Wie groß ist die Fläche des Dreiecks EFG,
 wenn die Fläche des Parallelogramms
 72 cm^2 beträgt?

a) 9

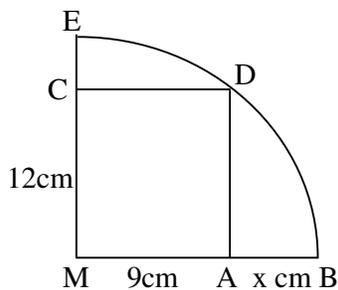
b) 10

c) 12

d) 16

e) 18

27.

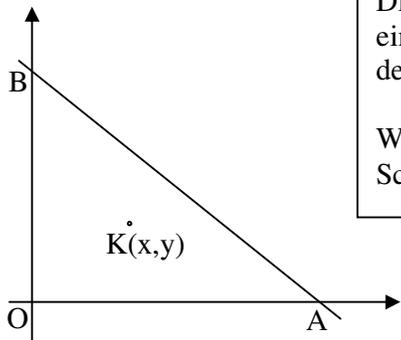


Die Punkte B, D und E liegen auf einem Kreis mit dem Mittelpunkt M.
MADC ist ein Rechteck.
 $|MC| = 12\text{cm}$
 $|MA| = 9\text{cm}$
 $|AB| = x\text{ cm}$

Wie groß ist x?

- a) 10 b) 9 c) 8 d) 7 e) 6

28.



Die Punkte A und B liegen auf den Koordinatenachsen eines rechtwinkligen Koordinatensystems. Die Länge der Strecke beträgt 12 cm.

Wie groß ist $x^2 + y^2$, wenn der Punkt $K(x,y)$ der Schnittpunkt der Schwerlinien des Dreiecks ABO ist?

- a) 12 b) 15 c) 16 d) 18 e) 25

29. Durch die Gleichung $x + y = 3$ ist in einem kartesischem Koordinatensystem eine Gerade g festgelegt. Welche der darunter stehenden Gleichungen legt die zur Geraden g bezüglich der y-Achse symmetrische Gerade h fest?

- a) $-x + y = 3$ b) $x - y = 3$ c) $-x - y = 3$ d) $x + 2y = 1$ e) $2x + y = 1$

30. Ausgehend vom Punkt $A_0(-1, 2)$ erhält man eine Folge von Punkten $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, wenn man jeweils die x-Koordinate um 1 und die y-Koordinate um zwei vergrößert.

Was ist n, wenn A_n auf der Geraden $g: y = 3x$ liegt?

- a) 8 b) 7 c) 6 d) 5 e) 4

1. In der Menge der komplexen Zahlen ist auf folgende Weise $z_1 * z_2 = z_1 + z_2 + |z_1 z_2|$ eine Rechenoperation definiert. Was ist das Ergebnis von $(1 - 2i) * (2 + i)$?

- a) $1 + 8i$ b) $1 - 8i$ c) $8 + i$ d) $8 - i$ e) $2 - i$

2. Was ist das Ergebnis von $\frac{\sin 10^\circ \cos 40^\circ + \cos 10^\circ \sin 40^\circ}{\cos 50^\circ \cos 10^\circ + \sin 50^\circ \sin 10^\circ}$?

- a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt{3}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ d) $\frac{1}{2}$ e) 1

3. Welche ist die vereinfachte Form von $\frac{\cos 2a}{1 - \tan^2 a}$?

- a) $\sin^2 a$ b) $\cos^2 a$ c) $\cot^2 a$ d) $1 + \sin^2 a$ e) $1 + \tan^2 a$

4. Welchen Wert hat der Rechenausdruck $\left(\sin \frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12}\right)^2$?

- a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{2}$ c) $\frac{5}{2}$ d) $-1 + \sqrt{3}$ e) $1 + \sqrt{3}$

5. Für welches x gilt „ $\log_2(\log_3(5x + 6)) = 2$ “ ?

- a) 6 b) 8 c) 9 d) 15 e) 18

6. Für $n > 0$ gilt: $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$. Welchen Wert hat a_{99} ?

- a) $\frac{50}{49}$ b) $\frac{49}{50}$ c) $\frac{98}{99}$ d) $\frac{100}{99}$ e) $\frac{99}{100}$

7. Welche ist die vereinfachte Form von $\frac{\frac{1}{x} - x}{x + x^2} \cdot \frac{x^2}{1 - 2x + x^2}$?

- a) $\frac{1}{x^2}$ b) $\frac{x}{1-x}$ c) $\frac{1}{1-x}$ d) $\frac{1}{1+x}$ e) $\frac{1-x}{1+x}$

8. Vereinfacht man $\frac{x^2 + x + 1}{2x^2 + 5x} : \frac{x^3 - 1}{2x^2 + 3x - 5}$, so erhält man

- a) $\frac{1}{x}$ b) $\frac{1}{2-x}$ c) $\frac{2}{1+x}$ d) x e) $x + 1$

9. Welchen Wert hat $\int_0^1 3x\sqrt{3+x^2} dx$?

- a) $1 + \sqrt{3}$ b) $2 - 2\sqrt{3}$ c) $2 + \sqrt{3}$ d) $4 - \sqrt{3}$ e) $8 - 3\sqrt{3}$

10. Welchen Wert hat $\int_0^1 \frac{x^2}{x+1} dx$?

- a) $\frac{-1}{2} + \ln 2$ b) $-1 + \ln 2$ c) $\ln 2$ d) $2 \ln 2$ e) $1 + 2 \ln 2$

11. Wie viele Flächeneinheiten hat die von den Kurven $x^2 = 2y$ und $y^2 = 2x$ begrenzte Fläche?

- a) $\frac{5}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{4}{3}$ e) $\frac{5}{4}$

12. Gegeben sind die Matrizen $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Welche der darunter stehenden Matrizen erfüllt die Gleichung $A \cdot X = B$?

- a) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

13. Welchen Wert hat $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos \sqrt{x}}{x}$?

- a) 0 b) $\frac{1}{2}$ c) 1 d) 2 e) $\sqrt{2}$

14. Für eine auf der Menge der reellen Zahlen definierte und differenzierbare Funktion f gilt:

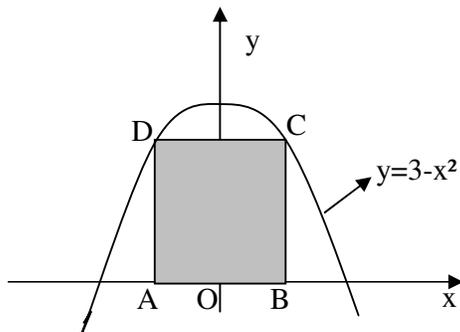
$f(x+y) = f(x) + f(y) + xy$ und $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)}{h} = 3$. Welchen Wert hat $f'(1)$?

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

15. Für eine auf der Menge der reellen Zahlen definierte und differenzierbare Funktion f gilt:
 $f(0) = f'(0) = 4$. Was ist der Wert von $g'(0)$,
wenn die Funktion g folgend definiert ist: $g(x) = f(x \cdot f(x))$?

- a) 0 b) 4 c) 8 d) 12 e) 16

16.



Die Eckpunkte A und B eines Rechtecks liegen auf der x-Achse, die Punkte C und D mit positiver Ordinate auf der Parabel mit der Gleichung $y = 3 - x^2$.

Wie viele Flächeneinheiten hat das größte aller Rechtecke ABCD, die die darüber stehende Bedingung erfüllen?

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

17. T ist die größtmögliche Definitionsmenge von $f(x) = 2\sqrt{1-x^2}$ in den reellen Zahlen,
 $G = \{f(x) \mid x \in T\}$ die dazugehörige Wertemenge.
Welche der darunter stehenden Mengen ist $T \cap G$?

- a) $[0,1]$ b) $[1,2]$ c) $[2,3]$ d) $[0, \sqrt{2}]$ e) $[1, \sqrt{2}]$

18. Für die reelle Funktion f gilt: $f(x) = 3^{x+2}$.
Welcher der folgenden Terme ist $f(a + b - 1)$ gleich?

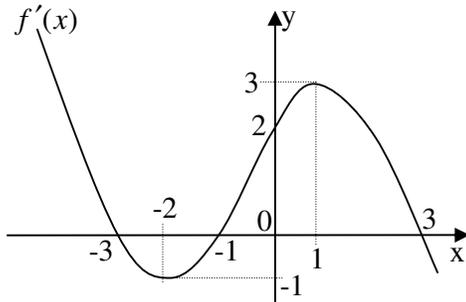
- a) $\frac{f(a+b)}{9}$ b) $\frac{f(a+b)}{27}$ c) $\frac{f(a) \cdot f(b)}{9}$ d) $\frac{f(a) \cdot f(b)}{27}$ e) $\frac{f(a) \cdot f(b)}{81}$

19. Welchen Wert muss a haben, damit die von \mathbb{R} in \mathbb{R} definierte Funktion

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{wenn } x < 3 \\ 3, & \text{wenn } x = 3 \\ x+a, & \text{wenn } x > 3 \end{cases} \quad \text{an der Stelle } x = 3 \text{ einen Grenzwert hat?}$$

- a) 4 b) 6 c) 7 d) 8 e) 9

20.



Durch die Grafik ist die erste Ableitung einer überall differenzierbaren Funktion f gegeben.

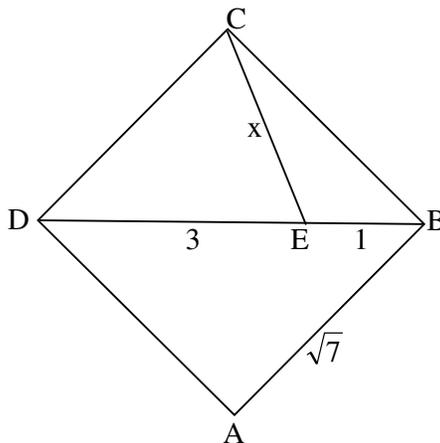
Welche der folgenden Aussagen ist für jede mögliche Funktion f sicher richtig?

- a) Steigend für $-2 < x < -1$ b) fallend für $0 < x < 3$ c) lokales Maximum bei $x = 3$
 d) lokales Maximum bei $x = -1$ e) lokales Maximum bei $x = -3$

21. Was ist die Summe der Abszissen der Schnittpunkte der Grafik von $g(x) = 4$ und der Grafik von $f(x) = ||x - 3| - 2|$?

- a) 16 b) 14 c) 10 d) 8 e) 6

22.



ABCD ist ein Rhombus.

$$|AB| = \sqrt{7} \text{ cm}$$

$$|DE| = 3 \text{ cm}$$

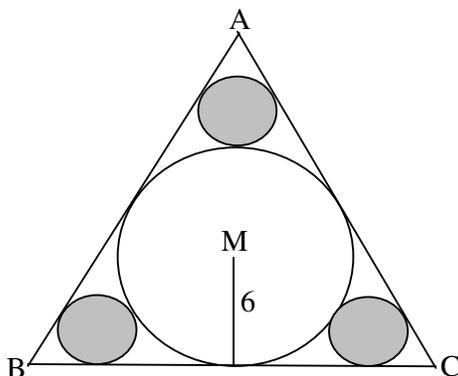
$$|EB| = 1 \text{ cm}$$

$$|CE| = x \text{ cm}$$

Wie groß ist x ?

- a) 1 b) 2 c) $\sqrt{2}$ d) $\sqrt{3}$ e) $\sqrt{5}$

23.

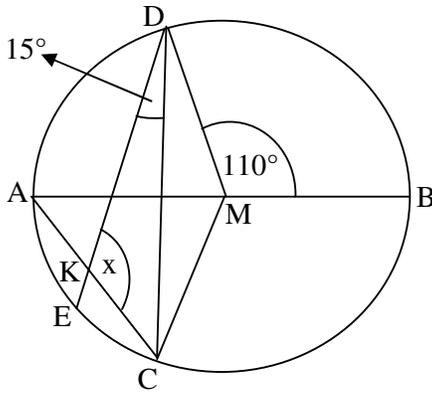


M ist der Mittelpunkt des Inkreises des gleichseitigen Dreiecks ABC. Die drei kleinen Kreise berühren den Inkreis und die Seiten des Dreiecks.

Wie viel cm^2 beträgt die Summe der Flächeninhalte der drei kleinen Kreise, wenn der Inkreis einen Radius von 6 cm hat?

- a) 6π b) 9π c) 12π d) 15π e) 18π

24.



[AB] ist ein Durchmesser des Kreises mit dem Mittelpunkt M. Dieser teilt die Kreislinie in zwei Teile. Auf einem Teil wird der Punkt C, auf dem anderen der Punkt D gewählt. Für einen Punkt K, der auf der Sehne [AC] gewählt wird, schneidet die Gerade (DK) den Kreis im Punkt E.

$$m(\widehat{EDC}) = 15^\circ$$

$$m(\widehat{DMB}) = 110^\circ$$

$$m(\widehat{DKC}) = x$$

Wie groß ist x?

a) 130°

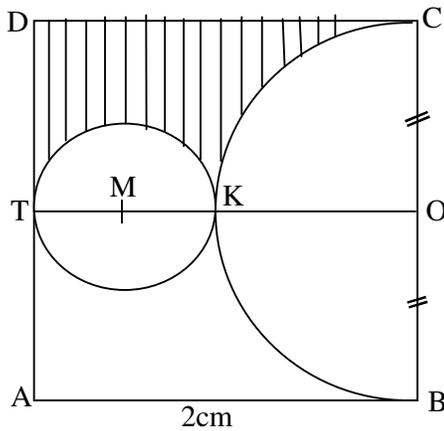
b) 125°

c) 120°

d) 115°

e) 105°

25.



ABCD ist ein Quadrat. Der Kreis mit dem Mittelpunkt M berührt [AD] im Punkt T und den Kreis mit dem Durchmesser [BC] im Punkt K.

$$|OB| = |OC|$$

$$(TO) \parallel (AB)$$

$$|AB| = 2\text{cm}$$

Wie viel cm^2 beträgt der Inhalt der schraffierten Fläche?

a) $2 - \frac{3\pi}{8}$

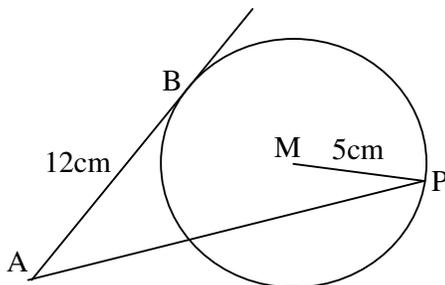
b) $2 - \frac{5\pi}{8}$

c) $2 - \frac{3\pi}{7}$

d) $4 - \frac{3\pi}{8}$

e) $4 - \frac{5\pi}{7}$

26.



Die Gerade (AB) berührt den Kreis mit dem Mittelpunkt M im Punkt B.

$$|MP| = 5\text{cm}$$

$$|AB| = 12\text{cm}$$

P ist ein beliebiger Punkt am Kreis.

Wie viel cm beträgt die maximale Entfernung des Punktes P vom Punkt A?

a) 22

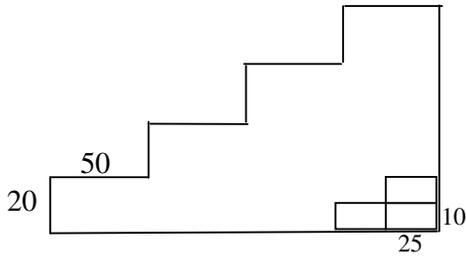
b) 20

c) 19

d) 18

e) 17

27.

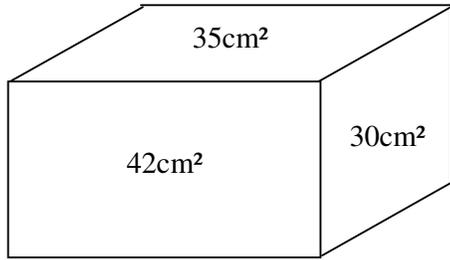


Die Seitenansicht der abgebildeten Treppe mit der Stufenhöhe 20cm und der Stufenlänge 50cm soll mit rechteckigen Fliesen verkleidet werden.

Wie viele Fliesen werden gebraucht, wenn eine Fliese 25cm lang und 10cm hoch ist?

- a) 40 b) 38 c) 36 d) 32 e) 28

28.

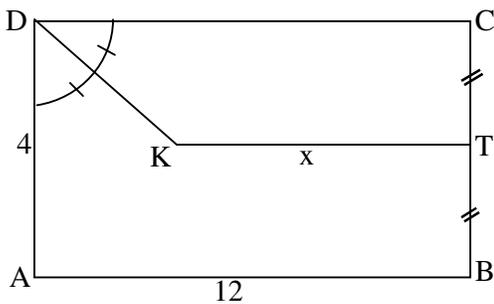


Die verschiedenen Inhalte der Seitenflächen des Quaders sind in der Abbildung gegeben.

Wie viel cm^3 beträgt das Volumen des Quaders?

- a) 200 b) 210 c) 240 d) 260 e) 280

29.



ABCD ist ein Rechteck.

$(KT) \parallel (AB)$.

$$m(\hat{A}DK) = m(\hat{K}DC)$$

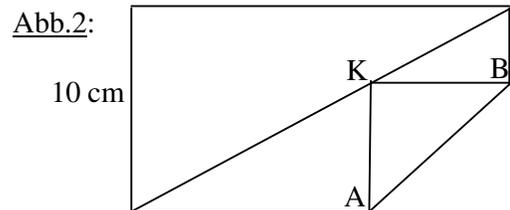
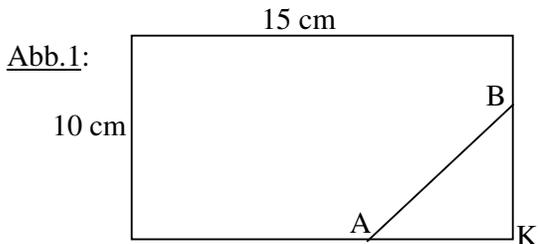
$|AD| = 4\text{cm}$ und $|AB| = 12\text{cm}$.

$|KT| = x\text{ cm}$

Wie groß ist x?

- a) 8,5 b) 9 c) 9,5 d) 10 e) 10,5

30.



Ein 15cm langer und 10cm breiter, rechteckiger Karton wird an einer Ecke so umgebogen, dass A und B von der Ecke K gleich weit entfernt sind (Abb.1), und dass K nach dem Umbiegen (Abb.2) auf der Diagonale des Rechtecks zu liegen kommt.

Wie viel cm^2 beträgt die Fläche des Dreiecks ABK ?

- a) 10 b) 20 c) 25 d) 30 e) 32

Lösungen:

Teil 1:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	a	b	c	d	e	d	d	b	e	A	d	b	d	e
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	d	b	e	c	c	b	c	a	c	a	e	c	a	D

Teil 2:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
d	e	b	b	d	e	c	a	e	a	d	c	b	c	e
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
c	a	d	b	e	e	b	c	a	a	d	a	b	d	a